Université Mohammed Khider **Département des Sciences de la Matière**

3éme LMD Spécialité Physique Fondamentale **Promotion 2023/2024**

Examen De Fonctions Spéciales

Exercice N°1 (8pts):

Soit la fonction génératrice du polynôme de Hermite :

$$e^{2xt-t^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{H_n(x)}{n!} t^n$$

- Trouver $H_{2n}(0)$ et $H_{2n+1}(0)$.

Remarque : $e^y = \sum_0^n \frac{y^n}{n!}$

Exercice N°2 (4 pts):

En sachant que la fonction Delta de Euler est définie comme suit :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) f(x) dx = f(0)$$

- Trouver $\delta(-x)$ en fonction de $\delta(x)$

Exercice N°3 (8 pts):

Soit la fonction spéciale Gamma de Dirac définie comme suit :

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-z}\, dt \quad et \quad \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi} \quad \forall Re\ z > 0$$

1. En sachant que $\Gamma(z+1) = z\Gamma(z)$, Prouver l'équation suivante :

$$\frac{\Gamma'(z+1)}{\Gamma(z+1)} = \frac{\Gamma'(z)}{\Gamma(z)} + \frac{1}{z} \qquad \forall Re\ z > 0$$

2. Si vous avez $\Gamma'(1) = -\gamma$ et $\Gamma''(1) = \gamma^2 + \frac{\pi}{6}$, calculer $\Gamma''(2)$.

3. Calculer l'intégral suivant : $\int_0^{+\infty} t^{-\frac{3}{4}} e^{-\sqrt{t}} dt$

N. Bensalah Bon courage