العمل التطبيقي رقم 2: دراسة جملة حرة متخامدة ذات درجـــة حـــرية واحـــدة

"جمـــــلة ميكانيكية وجملة كهـــــــربائيـــــــة"

الهدف من التجربة:

- دراسة الإهتزازات الحرة المتخامدة باستعمال التماثل الكهروميكانيكي.
- التعرف على النظام اللادوري و شبه الدوري و قياس المعاملات الموافقة له.

الـــــمـــبـــدأ الـــــنـــــظري:

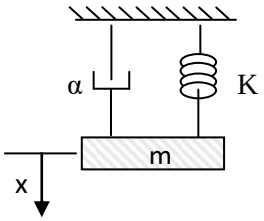
الإهتزازات الحرة المتخامدة: (التخامد اللزوجي):

و فيه مثلا يخضع الجسم إلى قوة مقاومة المائع, بحيث:

$$\vec{F} = -\alpha \vec{\dot{x}}$$

α: يمثل معامل اللزوجة

نأخذ نظاما ميكانيكيا متخامد يتكون من كتلة و مخمد و نابض كما في الشكل المقابل



تكتب المعادلة التفاضلية من الشكل:

$$\ddot{x}(t) + \frac{\alpha}{m}\dot{x}(t) + \frac{k}{m}x(t) = 0 \quad \text{.....}$$

و نكتب الشكل العام للمعادلة أعلاه

$$\ddot{x}(t) + 2\delta\dot{x}(t) + \omega_0^2 x(t) = 0 \text{.....}$$

و هي تمثل معادلة تفاضلية من الرتبة "2" لحركة جملة مهتزة بصورة حرة متخامدة حيث:

$\delta = \frac{\alpha}{2m}$ (1/s) معامل التخامد :

حل هذه المعادلة يتعلق بالمميز $\Delta' = \delta^2 - \omega_0^2$

1- $\delta \prec \omega_0 \Leftarrow \Delta' \prec 0$ **(تخامد خفيف)** الجذران مركبان و حل المعادلة يكون من الشكل :

$x(t) = Ce^{-\delta t}\cos(\omega_a t + \phi)$ بحيث $\omega_a = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ و في هذه الحالة تكون الإهتزازات متناقصة السعة أي متخامدة .

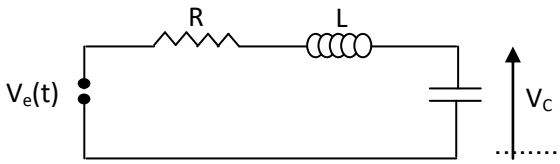
2- $\delta = \omega_0 \Leftarrow \Delta' = 0$ **(تخامد حرج)** الجذر مضاعف و حل المعادلة من الشكل : $x(t) = e^{-\delta t}(C_1 t + C_2)$

ولا توجد إهتزازات حيث النظام لا دوري

3- $\delta \geq \omega_0 \Leftarrow \Delta' \geq 0$ **(تخامد ثقيل)** الجذران حقيقيان و لا يكون الحل جيبي و الحركة غير إهتزازية بل حركة متخامدة فقط

اللقب:.....الإسم:.....الفوج:.....
..

*** تطبيق على النظام الكهربائي:**



لتكن الدارة في الشكل المقابل : بتطبيق قانون كيرشوف

$$V_R + V_L + V_C = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots$$

و منه : $\ddot{q}(t) + \frac{R}{L}\dot{q}(t) + \frac{1}{LC}q(t) = 0$ .....

حيث : معامل التخامد: $\delta = \frac{1}{2}\cdot\frac{R}{L}$ و النبض الطبيعي للحركة: $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

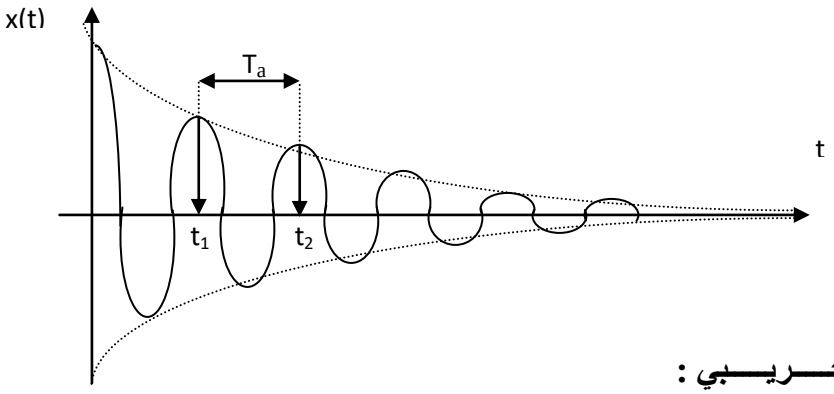
يعتمد حل المعادلة التفاضلية السابقة على العلاقة بين ω_0 و δ أي حسب نوع التخامد و بصورة مماثلة للنموذج الميكانيكي السابق.

**** التناقص اللـــوغـــارتمي:**

هي طريقة عملية و بسيطة لإيجاد مقدار التخامد, يُعرّف التناقص اللوغارتمي بأنه اللوغاريتم الطبيعي للنسبة بين سعتين متتاليتين يفصلهما شبه الدور Ta للإهتزازات المتخامدة. $\theta = \ln\frac{A(t)}{A(t+T_a)} = \delta T$

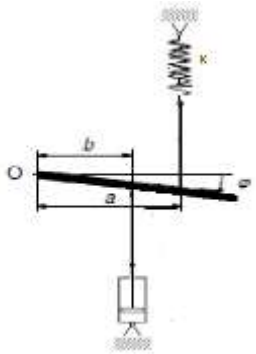
نعلم ان الحل من الشكل $x(t) = Ce^{-\delta t}\cos(\omega_a t + \phi)$:

نضع $A(t)=Ce^{-\delta t}$ حيث $A(t)$ هي سعة متناقصة و نكتب عبارة x(t) من الشكل $x(t) = A(t)\cos(\omega_a t + \phi)$



II/ الجانـــب الـــتجـــريـــبي :

II/1- الميكانيك

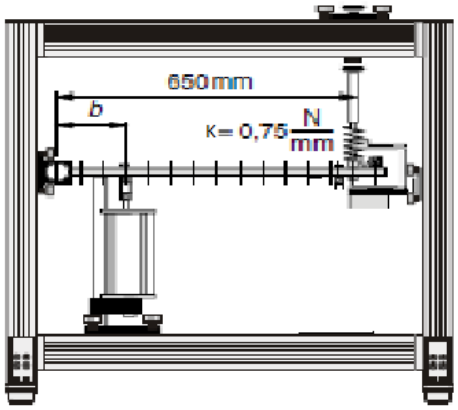


تمرين: ليكن لدينا الشكل المقابل حيث الساق قابلة للدوران حول المحور0 وطولها L وكتلتها M ومعامل لزوجة المخمد α

- 1- أكتب ألمعادلة التفاضلية للحركة (الإهتزازات صغيرة)
- أكتب عبارة معامل التخامد δ

اللقب:.....الإسم:.....الفوج:.....
..

التجربة: في النظام الموجود امامك قم بإزاحة الساق بزاوية إبتدائية ثم اترك الساق تهتز حرة



1- قس عدة أدوار للمنحنى المتخامد وكذلك سعتين متتاليتين ولولب المخمد مفتوح كليا تقريبا وأحسب معامل التخامدδ_{exp} لهذه الإهتزازات

2- أعد نفس العملية ونفس القياسات ولولب المخمد مغلوق (ادخل قليلا اللولب)

3- أي الحالتين السابقتين اسرع تخامدا ؟ وقارن معامل اللزوجة لهما

ملاحظة: لقياس الدول تعطى سرعة لف ورقة التسجيل للمنحنى 20mm/s

II/2- الكهرباء

1- حقق الدارة في الشكل أدناه

2- أضبط مولد الإشارات على الدالة المربعة و تواتر f=35hz

3- خذ R=500Ω , L=0.5H , C=0.1µF لاحظ Vc(t) , ما هو النظام المتحصل عليه؟

4- إملأ الجدول أدناه في الحالات الثلاثة التالية :

أ/ **سعة المكثفة متغيرة** و R= 200Ω و L= 0.5H لاحظ الفرق بين القيم δ_{cal} و δ_{exp} ؟ لماذا؟ إستنتج تقريبيا المقاومة الداخلية للمولد و الوشيعة بحيث $R_T = R + (R_g+R_L)$.

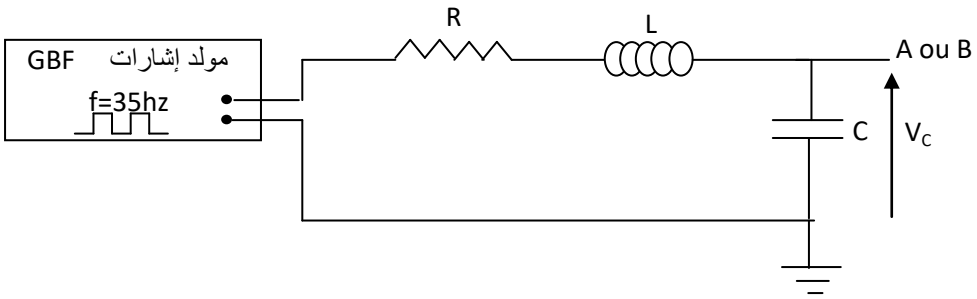
ب/ **المقاومة متغيرة** و C=0.1µF و L=0.5H (مع الأخذ بعين الإعتبار المقاومة الداخلية للمولد و الوشيعة المحسوبة في السؤال السابق)

- ماهي المقاومة الموافقة للنظام الحرج عمليا (الإنتقال من النظام شبه الدوري إلى النظام اللادوري), ثم أحسبها نظريا

ج/ **الذاتية متغيرة** و C=0.1µF و R=100Ω.

5- ماهو إستنتاجك و خلاصتك العامة؟

اللقب:.....الإسم:.....الفوج:.....
..



		$A(t)=c\,e^{-\delta t}$ (cm)	$A(t+T_a)$ (cm)	T_{aexp} (s)	$\delta_{exp}(s^{-1})$	T_{acal} (s)	$\delta_{cal}(s^{-1})$
C(µF)متغيرة R و L ثوابت	0.1 0.2 0.3 0.4 0.5						
R(Ω)متغيرة C و L ثوابت	100 300 500 700 900						
L(H)متغيرة C و R ثوابت	0.1 0.3 0.5 0.7 0.9						

اللقب:.....الإسم:.....الفوج:.....
..