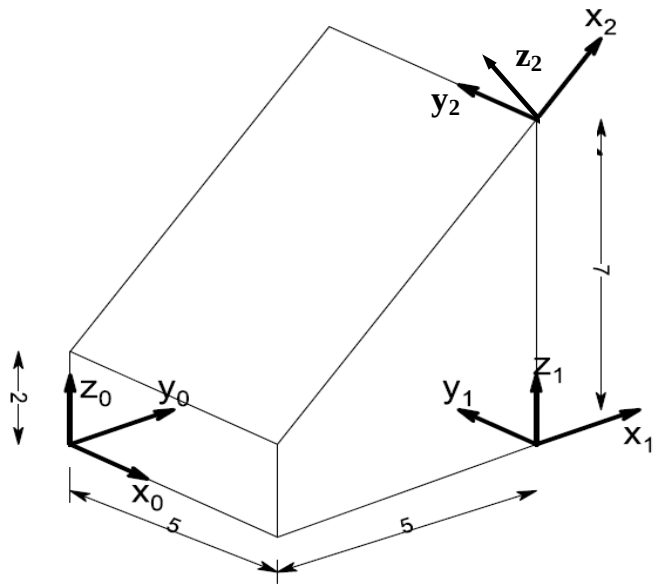
Université Mohamed Khider – Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie

Département de Génie Mécanique
Master 1 Construction Mécanique

EMD Systèmes mécaniques articulés et robotique

Exercice N°1 (5 pts)

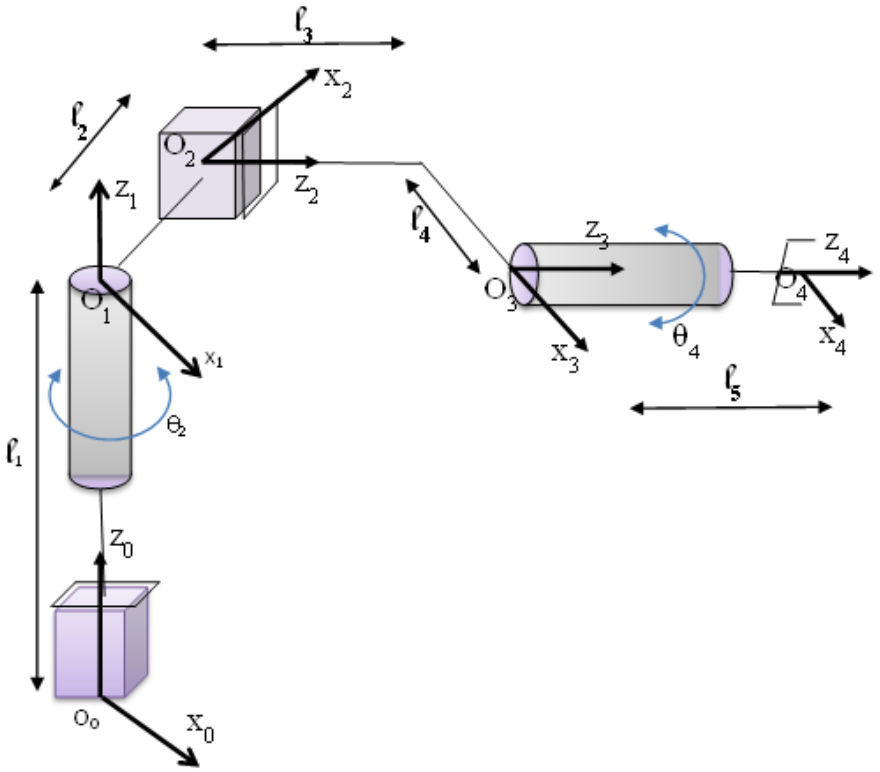


Trouver la matrice de transformation homogène T_{02} entre le repère R_0 et le repère R_2

Exercice N°2 (15 pts)

Soit le robot manipulateur PRPR (voir figure)

1. Trouver les paramètres de Denavit-Hartenberg.
2. Ecrire toutes les matrices de transformation homogènes
3. Déduire le modèle géométrique directe
4. Trouver la matrice Jacobéenne J
5. Déduire les vitesses linéaires du point O_4 par rapport au repère R_0



Bonne chance

Solution

Exercice N°1

$$A_{01}=\begin{bmatrix}0 & -1 & 0 & 5\\ 1 & 0 & 0 & 5\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix},\quad A_{12}=\begin{bmatrix}0.707 & 0 & -0.707 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0.707 & 0 & 0.707 & 7\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\quad A_{02}=A_{01}.A_{12}=\begin{bmatrix}0 & -1 & 0 & 5\\ 0.707 & 0 & -0.707 & 5\\ 0.707 & 0 & 0.707 & 7\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

Exercice N°2

Les paramètres de Denavit-Hartenberg

	ai	αi	di	θi
1	0	0	L1	0
2	L2	Π/2	0	θ2
3	L4	0	L3	0
4	0	0	L5	θ4

$$T_{01}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & l_1\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$T_{12}=\begin{bmatrix}c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & 0\\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & l_2\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}c\theta_2 & 0 & s\theta_2 & l_2c\theta_2\\ s\theta_2 & 0 & -c\theta_2 & l_2s\theta_2\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$T_{23}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & l_4\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & l_3\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\quad T_{34}=\begin{bmatrix}c\theta_4 & -s\theta_4 & 0 & 0\\ s\theta_4 & c\theta_4 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & l_5\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$T_{02}=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&l_1\\0&0&0&1\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}c\theta_2&0&s\theta_2&l_2c\theta_2\\s\theta_2&0&-c\theta_2&l_2s\theta_2\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}c\theta_2&0&s\theta_2&l_2c\theta_2\\s\theta_2&0&-c\theta_2&l_2s\theta_2\\0&1&0&l_1\\0&0&0&1\end{bmatrix}$$

$$T_{03}=\begin{bmatrix}c\theta_2&0&s\theta_2&l_2c\theta_2\\s\theta_2&0&-c\theta_2&l_2s\theta_2\\0&1&0&l_1\\0&0&0&1\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}1&0&0&l_4\\0&1&0&0\\0&0&1&l_3\\0&0&0&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}c\theta_2&0&s\theta_2&(l_2+l_4)c\theta_2+l_3s\theta_2\\s\theta_2&0&-c\theta2&(l_2+l_4)s\theta_2-l_3c\theta_2\\0&1&0&l_1\\0&0&0&1\end{bmatrix}$$

$$T_{04}=\begin{bmatrix}c\theta_2&0&s\theta_2&(l_2+l_4)c\theta_2+l_3s\theta_2\\s\theta_2&0&-c\theta2&(l_2+l_4)s\theta_2-l_3c\theta_2\\0&1&0&l_1\\0&0&0&1\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}c\theta_4&-s\theta_4&0&0\\s\theta_4&c\theta_4&0&0\\0&0&1&l_5\\0&0&0&1\end{bmatrix}$$

$$P_x=(l_2+l_4)c\theta_2+l_3s\theta_2+l_5s\theta_2$$
$$P_y=(l_2+l_4)s\theta_2-l_3c\theta_2-l_5c\theta_2$$
$$P_z=l_1$$

Jacobéen

$$J(q)=\begin{bmatrix}Jp_1&Jp_2&Jp_3&Jp_4\\Jo_1&Jo_2&Jo_3&Jo_4\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}Jp_i\\Jo_i\end{bmatrix}=\begin{cases}\begin{bmatrix}z_{i-1}\\0\end{bmatrix} & si \quad P \quad prismatique\\ \begin{bmatrix}z_{i-1}x\left(P_e-P_{i-1}\right)\\z_{i-1}\end{bmatrix} & si \quad P \quad Rotoide\end{cases}$$

Pour i=1 articulation prismatique

$$z_0=\begin{Bmatrix}0\\0\\1\end{Bmatrix} \quad \text{d'où} \quad \begin{bmatrix}Jp_1\\Jo_1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}z_1\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\1\\0\\0\\0\end{bmatrix}$$

Pour i=2 articulation rotoide

$$z_1=\begin{Bmatrix}0\\0\\1\end{Bmatrix}\quad P_1=\begin{Bmatrix}0\\0\\l_1\end{Bmatrix}\quad P_e=P_4=\begin{Bmatrix}(l_2+l_4)c\theta_2+l_3s\theta_2+l_5s\theta_2\\(l_2+l_4)s\theta_2-l_3c\theta_2-l_5c\theta_2\\l_1\end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}Jp_2\\Jo_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}z_1X\ (P_e-P_1)\\z_1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-(l_2+l_4)s\theta_2+l_3c\theta_2+l_5c\theta_2\\(l_2+l_4)c\theta_2+l_3s\theta_2+l_5s\theta_2\\0\\0\\0\\1\end{bmatrix}$$

Pour i= 3 articulation prismatique

$$z_2=\begin{Bmatrix}s\theta_2\\-c\theta_2\\0\end{Bmatrix}\qquad\begin{bmatrix}Jp_3\\Jo_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}z_2\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}s\theta_2\\-c\theta_2\\0\\0\\0\\0\end{bmatrix}$$

Pour i=4 articulation rotoide

$$z_3=\begin{Bmatrix}s\theta_2\\-c\theta_2\\0\end{Bmatrix}\quad P_3=\begin{Bmatrix}(l_2+l_4)c\theta_2+l_3s\theta_2\\(l_2+l_4)s\theta_2-l_3c\theta_2\\l_1\end{Bmatrix}\quad\begin{bmatrix}Jp_4\\Jo_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}z_3X\ (P_e-P_3)\\z_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\\s\theta_2\\-c\theta_2\\0\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}0 & -(l_2+l_4)s\theta_2+l_3c\theta_2+l_5c\theta_2 & s\theta_2 & 0\\0 & (l_2+l_4)c\theta_2+l_3s\theta_2+l_5s\theta_2 & -c\theta_2 & 0\\1 & 0 & 0 & 0\\0 & 0 & 0 & s\theta_2\\0 & 0 & 0 & -c\theta_2\\0 & 1 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

$$Vx=\left[-(l_2+l_4)s\theta_2+l_3c\theta_2+l_5c\theta_2\right]\dot{\theta}+\left[s\theta_2\right]\dot{l}_3$$

$$Vy=\left[(l_2+l_4)c\theta_2+l_3s\theta_2+l_5s\theta_2\right]\dot{\theta}_2-\left[c\theta_2\right]\dot{l}_3$$

$$Vz=\dot{l}_1$$