

Exercice 1.

Donner les dimensions de la constante des gaz parfaits (R) et déterminer sa valeur lorsqu'elle est exprimée :

1. en L. atm.mol⁻¹. K⁻¹
2. en J. mol⁻¹. K⁻¹
3. en L. mm de Hg.mol⁻¹. K⁻¹
4. en cal. mol⁻¹.K⁻¹

Exercice 2.

Un mélange de gaz est constitué de 0,2 g de H₂; 0,21g de N₂ et 0,51g de NH₃ sous la pression d'une atmosphère et à une température de 27°C.

Calculer :

1. les fractions molaires.
2. la pression partielle de chaque gaz.
3. le volume total.

Données : M(H) = 1g mol⁻¹ et M(N) = 14g mol⁻¹

Exercice 3.

Une mole de gaz parfait à une température initiale de 298K se détend d'une pression de 5 atmosphères à une pression de 1 atmosphère. Dans chacun des cas suivants :

1. détente isotherme et réversible
2. détente isotherme et irréversible
3. détente adiabatique et réversible
4. détente adiabatique et irréversible

Calculer :

- a) la température finale du gaz
- b) la variation de l'énergie interne du gaz
- c) le travail effectué par le gaz
- d) la quantité de chaleur mise en jeu

On donne : C_v = 3R/2 et C_p = 5R/2

Exercice 1. 7/7

D'après la loi du gaz parfait, dans les conditions normales de pression et de température ($P = 1\text{atm}$, $T = 273\text{K}$), une mole de gaz parfait occupe un volume de 22,4 litres.

$$PV = n RT$$

Avec

$$n = 1\text{mol}, T = 273\text{K} \text{ et } V = 22,4 \text{ L}$$

$$P = 1\text{atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 760 \text{ mm Hg}$$

1. Constante R en $\text{L.atm.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$

$$R = PV / nT \text{ Kmol Latm } R = 1.22,4 / 1.273$$

$$R = 0,082 \text{ L.atm.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$$

2. Constante R en $\text{J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$ avec $1\text{joule} = 1.\text{Pa.m}^3$

$$R = PV / nT$$

$$R = 1,013 \cdot 10^5 \cdot 22,4 \cdot 10^{-3} / 273,1$$

$$R = 8,31 \text{ J.mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

3. Constante R en $\text{L.mm de Hg.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$

$$R = PV / RT$$

$$R = 760 \cdot 22,4 / 1.273 = 62,36 \text{ L.mmHg mol}^{-1}\text{K}^{-1}$$

4. Avec $1\text{cal} = 4,18 \text{ J} \Rightarrow R = 8,31 / 4,18$

$$R = 1,99 \text{ cal.mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

Exercice 2.

La masse molaire du composé gazeux est : $M_i = m_i / n_i$

m_i = masse du gaz ;

M_i = masse molaire et n_i = le nombre de moles

$$1. \text{ Nombre de moles de } \text{H}_2 \quad n_{\text{H}_2} = 0,2/2 = 0,1 \text{ mol.}$$

$$\text{Nombre de moles de } \text{N}_2 \quad n_{\text{N}_2} = 0,21/28 = 0,0075 \text{ mol}$$

$$\text{Nombre de moles de } \text{NH}_3 \quad n_{\text{NH}_3} = 0,51/17 = 0,03 \text{ mol}$$

$$x_i = n_i / \sum n_i ; \sum n_i = n_{\text{H}_2} + n_{\text{N}_2} + n_{\text{NH}_3}$$

$$\sum n_i = 0,1375 \text{ mol.}$$

$$\sum \chi_i = 1 \text{ (}\chi_i \text{ = fraction molaire de chaque gaz et } \sum n_i \text{ = nombre de moles total)}$$

$$\text{Fraction molaire de H}_2 \text{ est : } \chi_{H_2} = n_{H_2} / \sum n_i$$

$$\chi_{H_2} = 0,1 / 0,1375$$

$$\chi_{H_2} = 0,727$$

$$\text{Fraction molaire de N}_2 \text{ est : } \chi_{N_2} = n_{N_2} / \sum n_i$$

$$\chi_{N_2} = 0,0075 / 0,1375$$

$$\chi_{N_2} = 0,055$$

Fraction molaire de NH₃ est :

$$\chi_{NH_3} = n_{NH_3} / \sum n_i$$

$$\chi_{NH_3} = 0,03 / 0,1375$$

$$\chi_{NH_3} = 0,218$$

2. La pression partielle de chaque gaz P_i est :

$$P_i = \chi_i P_T ; \text{ Avec } P_T = \sum P_i = 1 \text{ atm.}$$

$$\text{La pression partielle de H}_2 \text{ est : } P_{H_2} = \chi_{H_2} . P_T$$

$$P_{H_2} = 0,727 \text{ atm}$$

$$\text{La pression partielle de N}_2 \text{ est : } P_{N_2} = \chi_{N_2} . P_T$$

$$P_{N_2} = 0,055 \text{ atm.}$$

$$\text{La pression partielle de NH}_3 \text{ est : } P_{NH_3} = \chi_{NH_3} . P_T$$

$$P_{NH_3} = 0,218 \text{ atm.}$$

Exercice 3.(6 /6)

1. Détente isotherme et réversible :

a) Température finale du gaz : $T_2 = T_1 = 298\text{K}$ transformation isotherme

b) Variation de l'énergie interne du gaz pendant la détente isotherme :

$$\Delta U = 0 \quad \text{transformation isotherme}$$

c) Travail effectué par le gaz pendant la détente isotherme :

$$W_{rev}(1 \rightarrow 2) = -\int_1^2 P_{ext} dV = -\int_1^2 P_{gaz} dV = -\int_1^2 \frac{nRT}{V} dV = -nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = -P_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$W_{rev} = -\int_1^2 P_1 dV = nRT \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

$$W_{\text{rev}} = 8,31 \cdot 298 \ln 1/5 \quad W_{\text{rev}} (1 \rightarrow 2) = -3985,6 \text{ J}$$

d) Quantité de chaleur Q mise en jeu pendant la détente isotherme :

$$\Delta U = Q + W$$

$$Q = -W \text{ puisque } \Delta U = 0$$

$$Q (1 \rightarrow 2) = 3985,6 \text{ J}$$

2. Détente isotherme et irréversible

a) Température finale du gaz est : $T_2 = T_1 = 298\text{K}$ (transformation isotherme)

b) Variation de l'énergie interne du gaz pendant la détente isotherme irréversible :

$$\Delta U = 0 \text{ transformation isotherme}$$

c) Travail effectué par le gaz pendant la détente isotherme irréversible:

$$\begin{aligned} W_{\text{irrev}} (1 \rightarrow 2) &= - \int_1^2 P_{\text{ext}} dV = - \int_1^2 P_{\text{gaz}} dV = - \int_1^2 P_{\text{final}} dV \\ &= -P_{\text{final}} \int_1^2 dV = -P_2 (V_2 - V_1) \end{aligned}$$

$$W_{\text{irrev}} (1 \rightarrow 2) = -P_2 (RT/P_2 - RT/P_1)$$

$$W_{\text{irrev}} (1 \rightarrow 2) = -1981 \text{ J}$$

d) Quantité de chaleur Q mise en jeu pendant la détente isotherme irréversible :

$$\Delta U = Q + W \quad Q = -W \text{ puisque } \Delta U = 0$$

$$Q = 1981 \text{ J}$$

3. Détente adiabatique réversible

a) Température finale du gaz : $dU = C_v dT = \delta W + \delta Q$ car $\delta Q = 0$

$$C_v dT = -PdV = -(RT/V)dV \text{ pour une mole}$$

$$C_v dT = -(C_p - C_v) T dV/V \text{ car pour un gaz parfait}$$

$$C_p - C_v = R \text{ et } \gamma = C_p/C_v$$

$$dT/T = -((C_p - C_v)/C_v) dV/V = (1 - \gamma) dV/V$$

$$dT/T = (1 - \gamma) dV/V$$

$$TV^{\gamma-1} = \text{constante} \quad (PV/R)V^{\gamma-1} = \text{constante}$$

$$PV^{\gamma} = R \text{ constante} \Rightarrow PV^{\gamma} = \text{constante.}$$

b) En remplaçant V par RT/P , dans l'expression PV^{γ} , nous obtenons :

$$P_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = P_2^{1-\gamma} T_2^\gamma$$

$$\text{Soit } T_2 = T_1 (P_1/P_2)^{1-\gamma/\gamma}$$

Pour le gaz monoatomique, nous avons : $C_v = 3R/2$ et $C_p = 5R/2 \Rightarrow \gamma = 5/3$

$$T_2 = T_1 (P_1/P_2)^{-0,4} = 156,5K$$

c) La variation de l'énergie interne pour la détente adiabatique réversible est : $\Delta U = C_v (T_2 - T_1)$

$$\Delta U = 3/2(156,5 - 298).8,31 = -1764 \text{ J.mol}^{-1}$$

d) La quantité de chaleur pour la détente adiabatique réversible est : $Q = 0$

e) Le travail mis en jeu pendant pour la détente adiabatique réversible est : $\Delta U = W$

$$W = -1764 \text{ J.mol}^{-1}$$

4. Détente adiabatique irréversible

a) Température finale du gaz:

$$\delta Q = 0 \Rightarrow dU = \delta W \Rightarrow C_v dT = -PdV$$

$$C_v (T_2 - T_1) = -P_2(V_2 - V_1) = -P_2 R(T_2/P_2 - T_1/P_1) \Rightarrow T_2 = 203K$$

b) La variation de l'énergie interne pour la détente adiabatique irréversible est :

$$\Delta U = C_v (T_2 - T_1)$$

$$\Delta U = 3/2. 8,31 (203 - 298) = -1184 \text{ J.mol}^{-1}$$

c) La quantité de chaleur pour la détente adiabatique irréversible est :

$$Q = 0$$

d) Travail mis en jeu pour la détente adiabatique réversible

$$\Delta U = W + Q$$

$$\Delta U = W$$

$$W = -1184 \text{ J.mol}^{-1}$$