Nom & prénom:	Université Mohamed Khider
Note: /10	Faculté des Sciences et de la Technologie Département de Génie électrique

Biskra le 08/01/2024

Corrigé EMD « Propagation Ondes et Antennes »

(durée 1h30mn)

Exercice 1 : (4 points)

Soit la deuxième équation de Maxwell : $\overrightarrow{\mathrm{rot}}(\vec{\mathrm{H}}) = \vec{\mathrm{J}} + \frac{\partial \vec{\mathrm{D}}}{\partial \mathrm{t}}$. En déduire pour un régime sinusoïdal l'équation suivante : $\overrightarrow{\mathrm{rot}}(\vec{B}) = \mu(\sigma + i\omega\varepsilon)\vec{E}$.

On a :

$\vec{B} = \mu.\vec{H}$ (0.5 pt)

$\vec{\mathrm{J}} = \sigma.\vec{E}$ (0.5 pt)

$\vec{D} = \varepsilon.\vec{E}$ (0.5 pt)

$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \frac{\partial(\varepsilon.\vec{E})}{\partial t} = \varepsilon.\frac{\partial(\vec{E})}{\partial t} = i\omega\varepsilon\vec{E}$ (1 pt)

D'où :

$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\left(\frac{\vec{\mathrm{B}}}{\mu}\right) = \sigma\vec{E} + i\omega\varepsilon\vec{E}$ (1 pt)

$\overrightarrow{\mathrm{rot}}(\vec{B}) = \mu(\sigma + i\omega\varepsilon)\vec{E}$ (0.5 pt)

Exercice 2 : (6 points)

Soit l'expression du champ magnétique $\vec{H}$ d'une onde plane, sinusoïdale, de fréquence f et se propageant dans le vide $\vec{H}(y,t) = H_o \sin(\omega t - \beta y)\,\vec{u}_z$.

1- En déduire rapidement l'expression du champ électrique $\vec{E}(y,t)$.

$\vec{E}(y,t) = E_o \sin(\omega t - \beta y)\,\vec{u}_x$ (0.5 pt)

2- Indiquez la direction de propagation de cette onde.

La direction de propagation est Oy. (0.5 pt)

3- Indiquez le plan de polarisation de cette onde.

Le plan de polarisation est Oxy. (0.5 pt)

4- Calculez de deux manières le champ électrique $\vec{E}(y,t)$:

a) En utilisant l'expression : $\vec{E}(y,t) = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}.\vec{H}(y,t) \wedge \vec{u}_y$

$$\vec{E}(y,t) = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}.\vec{H}(y,t) \wedge \vec{u}_y = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \begin{vmatrix} \vec{u}_x & \vec{u}_y & \vec{u}_z \\ 0 & 0 & H_z \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{E}(y,t) = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \left[(-H_z)\vec{u}_x - (0)\vec{u}_y + (0)\vec{u}_z\right] = -\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\, H_o\, sin(\omega t - \beta y)\vec{u}_x$$ (1 pt)

b) En utilisant la première équation de *Maxwell* : $\overrightarrow{rot}(\vec{E}) = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$

$$\begin{vmatrix} \vec{u}_x & \vec{u}_y & \vec{u}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & 0 & 0 \end{vmatrix} = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ H_o\, sin(\omega t - \beta y) \end{pmatrix}$$

$$(0)\vec{u}_x - \left(\frac{\partial E_x}{\partial z}\right)\vec{u}_y + \left(-\frac{\partial E_x}{\partial y}\right)\vec{u}_z = -\mu_0 \omega H_o \cos(\omega t - \beta y)\vec{u}_z$$

$$-\frac{\partial E_x}{\partial y} = -\mu_0 \omega H_o \cos(\omega t - \beta y)$$

$$E_x = \frac{\mu_0 \omega H_o}{\beta} sin\,(\omega t - \beta y)$$

$$\vec{E}(y,t) = -\frac{\mu_0 \omega}{\beta} H_o sin\,(\omega t - \beta y)\vec{u}_x$$ (1 pt)

5- Calculez le vecteur densité de puissance (vecteur de Poynting).

$$\vec{P} = \vec{E} \wedge \vec{H} = \begin{vmatrix} \vec{u}_x & \vec{u}_y & \vec{u}_z \\ E_x & E_y & E_z \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{u}_x & \vec{u}_y & \vec{u}_z \\ E_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & H_z \end{vmatrix}$$ (1 pt)

$$\vec{P} = (0-0)\vec{u}_x - (E_x H_z - 0)\,\vec{u}_y + (0-0)\vec{u}_z = -E_x H_z \vec{u}_y$$

$$\vec{P} = -E_o\, sin(\omega t - \beta y)\, H_o\, sin(\omega t - \beta y)\,\vec{u}_y$$

$$\vec{P} = -E_o\, H_o sin^2(\omega t - \beta y)\,\vec{u}_y$$ (1.5 pts)