Université Mohamed Khider Biskra **le 11/01/2023**

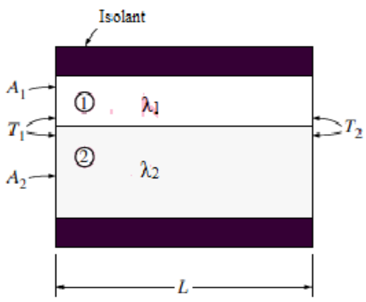
Faculté des Sciences et Technologie **Chargée du module Dr N. BOULTIF**

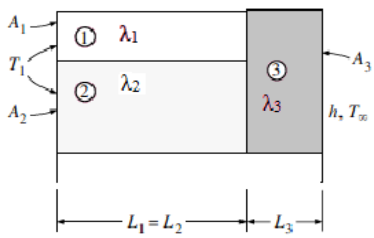
Département de génie mécanique

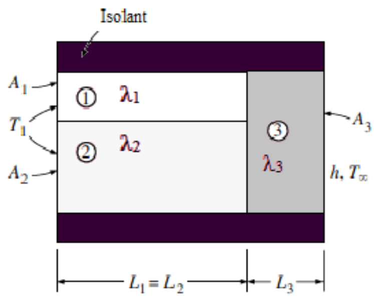
<u>Contrôle Transfert de chaleur 1</u>

<u>Exercice N°1 (6points):</u>

- Établir un schéma électrique correspondant en précisant littéralement la résistance thermique équivalente pour les trois cas.







<u>Exercice N°2 (9points) :</u>

Un mur de 90 mm d'épaisseur (λ = 0,18 W/m°C) est isolé d'un côté tandis que l'autre côté est exposé à l'environnement à 80°C. Le taux de génération de chaleur à l'intérieur du mur est de $1,3.10^5$ W/m^3.

Si le coefficient de transfert thermique convectif entre le mur et l'environnement h=520 W/m^2 °C.

Déterminer :

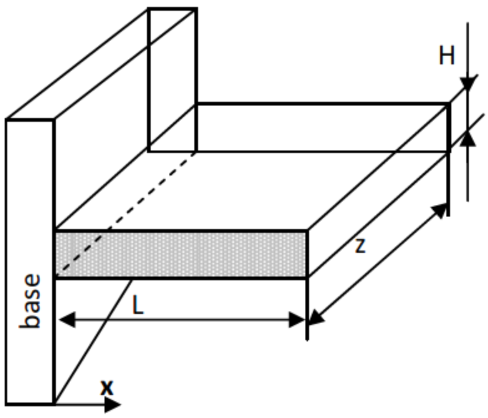
- Équation différentielle et les conditions aux limites pour une conduction thermique unidimensionnelle à travers la paroi.
- la relation de la variation de température dans le mur.
- la température maximale à laquelle le mur sera soumis.

<u>Exercice N°3 (5points) :</u>

Une ailette en aluminium λ_{Al}=200w/m °C avec 4mm d'épaisseur ,8cm de longueur et une largeur de 1m voir figure, sa base est maintenue à 250°C et la température ambiante est 45°C et h=10 W/m^2 °C.

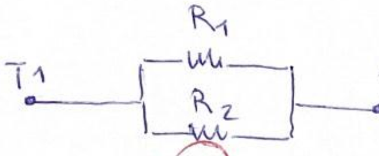
Déterminer :

- l'équation de la variation de température dans l'ailette cas de Z$\gg$ H.
- le flux échangé entre l'ailette et le milieu environnant.



corrigé type Transfert de chaleur 1.

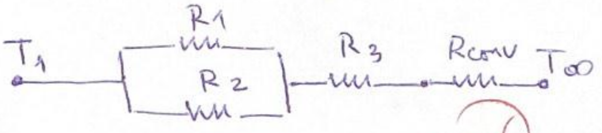
Exo N°1

①  1

avec $R_1 = \frac{L}{\lambda_1 A_1}$ 0,25, $R_2 = \frac{L}{\lambda_2 A_2}$ 0,25

$R_{eq} = ?$ $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

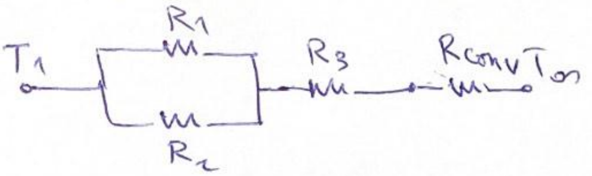
$$R_{eq} = \frac{L/\lambda_1 A_1 \cdot L/\lambda_2 A_2}{\frac{L}{\lambda_1 A_1} + \frac{L}{\lambda_2 A_2}}$$ 0,5

②  0,5

avec $R_1 = \frac{L_1}{\lambda_1 A_1}$, $R_2 = \frac{L_2}{\lambda_2 A_2}$ 0,25, $R_3 = \frac{L_3}{\lambda_3 A_3}$ 0,25, $R_{conv} = \frac{1}{h A_3}$ 0,25

$R_{eq} = R_{eq_1} + R_3 + R_{conv}$, $R_{eq_1} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ 0,25 $= \frac{L_1/\lambda_1 A_1 \cdot L_2/\lambda_2 A_2}{L_1/\lambda_1 A_1 + \frac{L_2}{\lambda_2 A_2}}$

$$R_{eq} = \frac{L_1/\lambda_1 A_1 \cdot L_2/\lambda_2 A_2}{L_1/\lambda_1 A_1 + L_2/\lambda_2 A_2} + \frac{L_3}{\lambda_3 A_3} + \frac{1}{h A_3}$$ 0,5

③  1

On remarque que le cas ③ $\Leftrightarrow$ le cas ② donc $R_{eq③} = R_{eq②}$

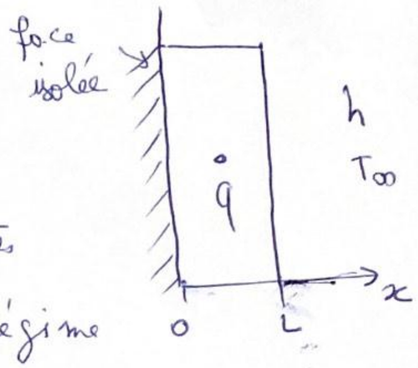
$$= \frac{L_1/\lambda_1 A_1 \cdot L_2/\lambda_2 A_2}{L_1/\lambda_1 A_1 + L_2/\lambda_2 A_2} + L_3/\lambda_3 A_3 + \frac{1}{h A_3}$$ 1

EXO N°2 :

$\lambda = 0{,}18\ W/m°C$, $h = 520\ W/m^2°C$

$L = 90\ mm = 90.10^{-3}\ m$

$T_\infty = 80°C \quad \dot{q} = 1{,}3.10^5\ W/m^3$



• Equation différentielle et les conditions aux limites

pour une conduction unidimensionnelle, en régime permanent avec source interne l'équation différentielle est :

$$\frac{d^2T_{(x)}}{dx^2} + \frac{\dot{q}}{\lambda} = 0 \quad \dots (1) \qquad 1$$

les conditions aux limites pour ce cas.

$$\text{à } x = 0 \qquad -\lambda A \left.\frac{dT_{(x)}}{dx}\right|_{x=0} = 0 \quad (\text{isolée}) \quad \dots (2) \qquad 1$$

$$\text{à } x = L \qquad -\lambda A \left.\frac{dT_{(x)}}{dx}\right|_{x=L} = h A \left[T_{(L)} - T_\infty\right] \dots (3) \qquad 1$$

L'intégration de l'équation (1) donne :

$$\frac{dT_{(x)}}{dx} = \frac{-\dot{q}}{\lambda} x + C_1 \;\overset{0,5}{}\; \Rightarrow T_{(x)} = \frac{-\dot{q}}{2\lambda} x^2 + C_1 x + C_2 \;\overset{0,5}{}$$

avec C_1 et C_2 des constantes d'intégration.

$$\text{à } x = 0 \qquad -\left.\frac{dT_{(x)}}{dx}\right|_{x=0} = 0 \Rightarrow \frac{-\dot{q}}{\lambda}.(0) + C_1 = 0 \Rightarrow C_1 = 0 \qquad 1$$

$$\text{à } x = L \qquad -\left.\frac{dT_{(x)}}{dx}\right|_{x=L} = \frac{h}{\lambda}\left[\left(\frac{-\dot{q}}{2\lambda} L^2 + C_2\right) - T_\infty\right] = \frac{+\dot{q}}{\lambda} L + 0$$

$$\frac{\dot{q}}{\lambda} \cdot L = \frac{h}{\lambda}\left[\left(\frac{-\dot{q}}{2\lambda} L^2 + C_2\right) - T_\infty\right]$$

$$\dot{q} \cdot L = h\left[\left(\frac{-\dot{q}}{2\lambda} L^2 + C_2\right) - T_\infty\right]$$ (1)

$$\frac{\dot{q} L}{h} = \frac{-\dot{q}}{2\lambda} L^2 + C_2 - T_\infty \Rightarrow C_2 = \frac{\dot{q} L}{h} + \frac{\dot{q} L^2}{2\lambda} + T_\infty$$

L'equation $T(x)$ s'ecrit:

$$T(x) = \frac{-\dot{q}}{\lambda}\frac{x^2}{2} + \frac{\dot{q} L}{h} + \frac{\dot{q} L^2}{2\lambda} + T_\infty$$

$$T(x) = \frac{\dot{q}}{2\lambda}\left(L^2 - x^2\right) + \frac{\dot{q} L}{h} + T_\infty.$$ (1)

la Température maximale: pour $x = 0$

$$T_{(0)} = \frac{\dot{q}}{2\lambda} L^2 + \frac{\dot{q} L}{h} + T_\infty$$ (1)

$$\text{A.N}: T_{(0)} = \frac{1{,}3.10^5}{2.0{,}18} \cdot (0{,}09)^2 + \frac{1{,}3.10^5 . 0{,}09}{520} + 80$$

$$T_{max} = T_{(0)} = 3027{,}5\,°C$$ (1)

EXO N°3'

H : epaisseur de l'ailette $H = 4 \cdot 10^{-3}$ m , Z : largeur de l'ailette, Z = 1 m

Z >> H . le cas d'une ailette infiniment mince.

partant de l'equation générale : 1

$$\theta(x) = T_{(x)} - T_{\infty} = A e^{mx} + B e^{-mx} \quad \ldots (1)$$ A, B des Constantes

les Conditions aux limites :

à $x = 0$ $\quad T_p - T_{\infty} = \theta(0) = A + B \quad \ldots (2)$ 1

à $x = L$ $\quad \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=L} = \left.\frac{d\theta}{dx}\right|_{x=L} = 0$ adiabatique ... (3) 1

$$\Rightarrow m A e^{mL} - m B e^{-mL} = 0 \Rightarrow A e^{mL} - B e^{-mL} = 0 \quad \ldots (3')$$

de (2) $A + B = T_p - T_{\infty} \Rightarrow A = (T_p - T_{\infty}) - B$. remplaçant A

dans (3')

$$((T_p - T_{\infty}) - B) e^{mL} - B e^{-mL} = 0 \Rightarrow (T_p - T_{\infty}) e^{mL} - B e^{mL} - B e^{-mL} = 0$$

$$\Rightarrow B = \frac{(T_p - T_{\infty}) e^{mL}}{e^{mL} + e^{-mL}} \quad 0{,}25 \quad , \quad A = (T_p - T_{\infty}) - \frac{(T_p - T_{\infty}) e^{mL}}{e^{mL} + e^{-mL}}$$

$$A = \frac{(T_p - T_{\infty}) e^{mL} + (T_p - T_{\infty}) e^{-mL} - (T_p - T_{\infty}) e^{mL}}{e^{mL} + e^{-mL}}$$

$$A = \frac{(T_p - T_{\infty}) e^{-mL}}{e^{mL} + e^{-mL}} \quad 0{,}25$$ remplaçant A et B dans (1)

$$\theta_{(x)} = \frac{(T_p - T_{\infty}) e^{-mL}}{(e^{mL} + e^{-mL})} \cdot e^{mx} + \frac{(T_p - T_{\infty}) e^{mL}}{e^{mL} + e^{-mL}} \cdot e^{-mx}$$

$$\theta(x) = T_x - T_\infty = (T_p - T_\infty) \cdot \left[\frac{e^{-m(L-x)} + e^{m(L-x)}}{e^{mL} + e^{-mL}}\right]$$

$$\frac{T(x) - T_\infty}{T_p - T_\infty} = \frac{e^{-m(L-x)} + e^{m(L-x)}}{e^{mL} + e^{-mL}} \quad \text{--- (4)} \quad 0{,}5$$

On peut écrire l'équation (4) en fonction de cosinus hyperbolique

$$\frac{T(x) - T_\infty}{T_p - T_\infty} = \frac{(e^{-m(L-x)} + e^{m(L-x)})/2}{(e^{mL} + e^{-mL})/2} = \frac{\cosh(m(L-x))}{\cosh(mL)}$$

• le flux de chaleur échangé entre l'ailette et le milieu extérieur

$$\phi = -\lambda S \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} = -\lambda S (m A e^{mL} - m B e^{-mL})\Big|_{x=0}$$

$$\phi = -\lambda S m (A - B) = -\lambda S m \left[\frac{(T_p - T_\infty) e^{-mL}}{e^{mL} + e^{-mL}} - \frac{(T_p - T_\infty) e^{mL}}{e^{mL} + e^{-mL}}\right]$$

$$\phi = \lambda S m (T_p - T_\infty) \frac{(e^{mL} - e^{-mL})}{(e^{mL} + e^{-mL})} = \frac{(e^{mL} - e^{-mL})/2}{(e^{mL} + e^{-mL})/2}$$

$$(e^{mL} - e^{-mL})/2 = \sinh(mL)$$

$$(e^{mL} + e^{-mL})/2 = \cosh(mL)$$

$$\phi = \lambda S m (T_p - T_\infty) \frac{\sinh(mL)}{\cosh(mL)} = \lambda S m (T_p - T_\infty) \, Tgh(mL)$$

$$m = \sqrt{\frac{hP}{\lambda S}} = \sqrt{\frac{h \cdot 2(Z+H)}{\lambda \cdot Z \cdot H}} = \sqrt{\frac{10 \times 2(1)}{200 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}} = 5 \quad 0{,}5$$

$$\phi = \lambda \cdot S \sqrt{\frac{hP}{\lambda S}} \cdot (T_p - T_\infty) \, Tg\,h(mL) = \sqrt{hP\lambda S} \cdot (T_p - T_\infty) Tgh(mL)$$

AN: 0,5

$$\phi = \sqrt{10 \cdot 2 \times 1 \times 4 \cdot 10^{-3} \cdot 200} \, (250 - 45) \, Tgh(5 \cdot 8 \cdot 10^{-2}) = 311{,}56\,W$$